

Τμήμα Ηλεκτρονικών Υπολογιστών & Πληροφορικής  
Διακριτά Μαθηματικά  
Ιούλιος 2002

ΘΕΜΑ 1

(i) Υπολογίστε τον τύπο της γεννήτριας συνάρτησης με γενικό όρο:  $a_r = r^3$ .

(ii) Υπολογίστε το άθροισμα  $\sum_{r=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^r r^3$ .

ΘΕΜΑ 2

Υπολογίστε τους μη ισοδύναμους τρόπους χρωματισμού με 3 χρώματα μιας σκακιεράς  $3 \times 3$  η οποία κινείται ελεύθερα στο χώρο.

ΘΕΜΑ 3

Αποδείξτε συνδυαστικά την ισότητα:

$$\binom{n}{0}^2 + \binom{n}{1}^2 + \binom{n}{2}^2 + \dots + \binom{n}{n-1}^2 + \binom{n}{n}^2 = \binom{2n}{n}.$$

Υπόδειξη: Για να επιλέξω  $n$  στοιχεία από τα στοιχεία  $1, \dots, 2n$  αρκεί να επιλέξω, για κάποιο  $k$ ,  $k$  στοιχεία από τα  $1, \dots, n$  και  $n - k$  στοιχεία από τα  $n + 1, \dots, 2n$ .

ΘΕΜΑ 4

Με πόσους τρόπους μπορούμε να επιλέξουμε 7 παιχνίδια από 3 είδη παιχνιδιών ώστε να έχουμε επιλέξει τουλάχιστον 1 και το πολύ 3 παιχνίδια από κάθε είδος;

Καλή Επιτυχία, Καλό Καλοκαίρι  
Λευτέρης Κυρούσης  
Αλέξης Καπόρης